POLLUTION HARMONIQUE
EVALUATION.

Problème 1 : Bonus /5

1.1 Au rang 3 :

$$u_{12}(\theta) = B_3 \sin(3\theta)$$

(1)

$$u_{23}(\theta) = B_3 \sin\left(3\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right)$$
$$= B_3 \sin\left(3\theta - \cancel{3}\frac{2\pi}{\cancel{3}}\right)$$
$$= B_3 \sin(3\theta) = \boxed{u_{12}(\theta)}$$

$$u_{31}(\theta) = B_3 \sin\left(3\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)\right)$$
$$= B_3 \sin\left(3\theta - \cancel{3}\frac{4\pi}{\cancel{3}}\right)$$
$$= B_3 \sin(3\theta - 4\pi) = B_3 \sin(3\theta)$$
$$= u_{12}(\theta)$$

On montre bien que les harmoniques de rang 3 sont en phases

1.2 Au rang 5 :

(1)

⚠ Se mettre en mode radian.

$$\cos 5\times\alpha - \cos 5\beta + \cos 5\gamma$$

$$= \cos(5 \cdot 0{,}245) - \cos(5 \cdot 0{,}428) + \cos(5 \times 0{,}529)$$

$$= \cancel{0{,}9991} \quad \cancel{0{,}9993}$$

$$= 0{,}338 - (-)\,0{,}5389 + -\,0{,}87$$

$$= 0{,}338 - 0{,}34 \simeq 0$$

D'où $\boxed{B_5} = \frac{4U_0}{5\pi} \times (\cos 5\alpha - \cos 5\beta + \cos 5\gamma) \simeq 0$

Au rang 7 :

→ $\cos 7.\alpha - \cos 7\beta + \cos 7\gamma$

$\cos(7 \times 0{,}245) - \cos(7 \times 0{,}428) + \cos(7 \times 0{,}529)$

$= -0{,}1437 - (-)0{,}9894 + (-)0{,}846$.

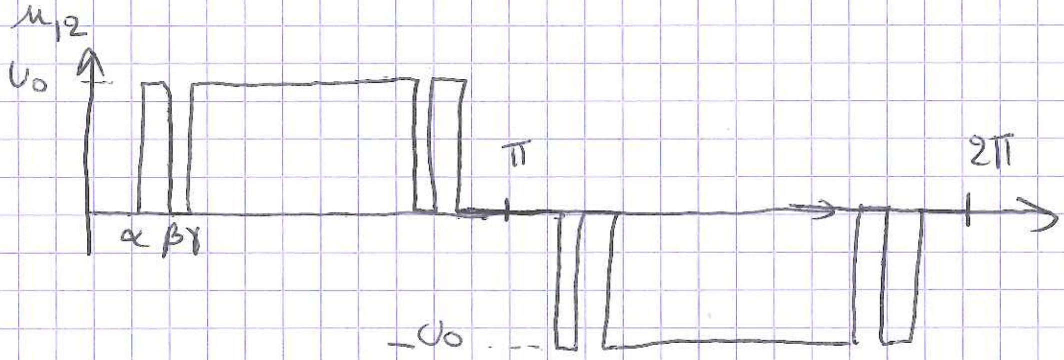
$= -0{,}9902 + 0{,}9894 \simeq 0$.

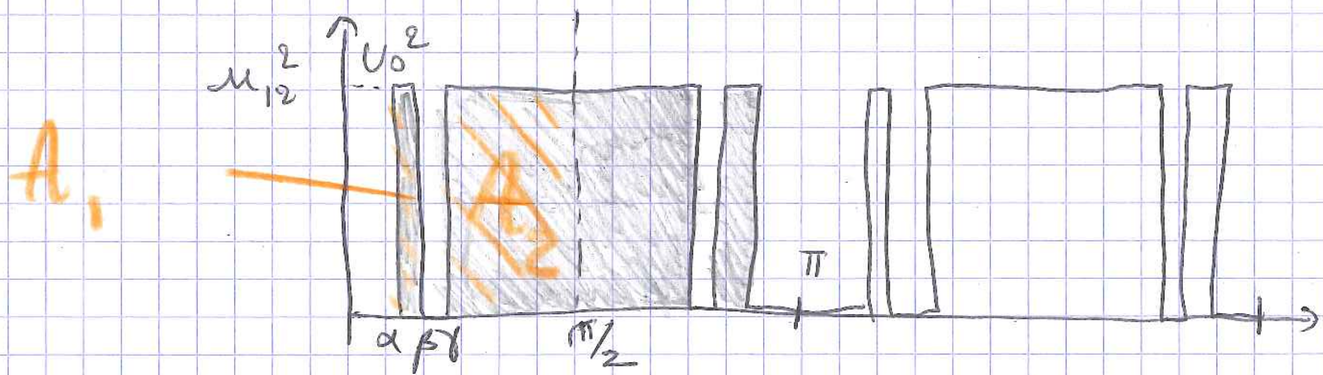
d'où $\boxed{B_7} = \dfrac{4U_0}{7\pi}(\cos 7\alpha - \cos 7\beta + \cos 7\gamma)$

$\boxed{\simeq 0}$.

1.3.

(1)





→ le signal est périodique sur π

→ La surface sous courbe est $2(A_1 + A_2)$

$A_1 = U_0^2 \times (\beta - \alpha)$

$A_2 = U_0^2 \times (\pi/2 - \gamma)$

1.3 suite :

$$U_{12\,eff}^2 = \frac{1}{\pi} \times 2\left(A_1 + A_2\right)$$

$$= \frac{2}{\pi} \cdot \left(U_0^2\left[\left(\beta - \alpha\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \cancel{\gamma}\right)\right]\right)$$

A.N. :

$$U_{12\,eff}^2 = \frac{2}{\pi}\left(480^2\left[\left(0{,}428 - 0{,}245\right) + \left(\frac{\pi}{2} - 0{,}529\right)\right]\right)$$

$$U_{12\,eff}^2 = 480^2 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \left(0{,}183 + 1{,}041\right)$$

$$= \frac{480^2 \cdot 2 \times 1{,}224}{\pi} = 179\,649{,}7$$

$$\boxed{U_{12\,eff}} = \sqrt{179\,649{,}7} = 423{,}85 \simeq \boxed{424\,V}$$

1.4.

$$U_{12\,fond} = \frac{B_1}{\sqrt{2}} = \frac{4U_0}{\pi}\left(\cos\alpha - \cos\beta + \cos\gamma\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

1

$$U_{12\,fond} = \frac{4 \cdot 480}{\pi \cdot \sqrt{2}} \cdot \left(\cos 0{,}245 - \cos 0{,}428 + \cos 0{,}529\right)$$

$$= 432\left(0{,}9701 - 0{,}909 + 0{,}863\right)$$

$$= 432\left(0{,}9241\right)$$

$$= 399{,}21 \qquad \boxed{U_{12\,fond} \simeq 400V}$$

1.5.

$$D = \frac{\sqrt{424^2 - 400^2}}{400} = 0{,}3515$$

1 Soit $D = 35{,}1\%$

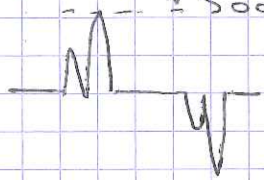
EVALUATION SUR LA POLLUTION HARMONIQUE

Problème 2 : /20

1. (1) $\boxed{I_{a\,eff}} = \boxed{196{,}1\ A}$

(1) la valeur maximale est environ $\boxed{500\ A}$.

≈ 500A.



2. (2) $\boxed{I_1} = \boxed{139{,}9\ A}$

3. (1) les rangs les plus polluants sont les rangs 5, 7, 11 et 13.

On lit sur l'écran

rang 5 : $I_5 = 75\%$ de $I_1 = 0{,}75 \times 139{,}9$

0,25 $\boxed{I_5 = 104{,}9\ A}$

rang 7 : $I_7 = 55\%$ de $I_1 = 0{,}55 \times 139{,}9$

0,25 $\boxed{I_7 = 76{,}94\ A}$

rang 11 : $\boxed{I_{11}} = 30\%$ de $I_1 = 0{,}3 \times 139{,}9$

0,25 $\boxed{= 41{,}97\ A}$

rang 13 : $\boxed{I_{13}} = 25\%$ de $I_1 = 0{,}25 \times 139{,}9$

0,25 $\boxed{= 34{,}97\ A}$

4.
$$THD_{I\%} = \frac{\sqrt{I_5^2 + I_7^2 + I_{11}^2 + I_{13}^2}}{I_1} \times 100$$

$$\boxed{THD_{I\%}} = \frac{\sqrt{105^2 + 77^2 + 42^2 + 35^2}}{140} \times 100$$

1
$$= \frac{\sqrt{19943}}{140} \times 100 = \boxed{100,8\ \%}$$

1
On retrouve bien l'ordre de grandeur affiché par l'appareil. $\boxed{98\%}$.

5. → Pour réduire les harmoniques prélevés au réseau, on peut placer des filtres
1
passifs (LC série) afin d'écarter un rang du spectre.

OU

→ Une autre solution consiste à placer un filtre actif. (Cette technique touche l'ensemble des rangs harmonique)

6.
a)
$$Z_{LC_{50Hz}} = \left| L\omega - \frac{1}{C\omega} \right|$$

$\omega_1 = 2\pi f = 314$ rad/s
$$= \left| 0,55 \times 10^{-3} \times 314 - \frac{1}{730 \cdot 10^{-6} \cdot 314} \right|$$

0,5
$$= \left| 0,1727 - 4,36 \right|$$

$$= \left| -4,18 \right| = \boxed{4,18\ \Omega}$$

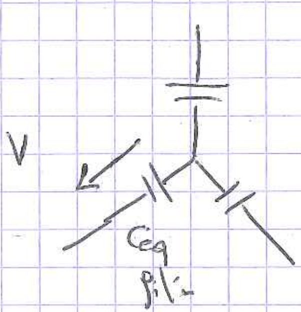
l'impédance est capacitive

0,5
b) le filtre se comporte comme un condensateur équivalent et permet le relèvement du facteur de puissance.

b) Suite

le filtre va fournir à la charge une puissance réactive

0,5



$$\boxed{Q} = \frac{V^2}{Z_{filtre}} = \frac{230^2}{4{,}18} = \boxed{12{,}655\ \text{kVAR}}$$

c) Fréquence de résonnance :

à cette fréquence, l'impédance du filtre est nulle.

0,5

$$Z_{filtre} = L.n.\omega - \frac{1}{C.n.\omega} = 0$$

d'où

$$L n \omega = \frac{1}{C n \omega}$$

$$n^2 = \frac{1}{L C \omega^2} = \frac{1}{0{,}55.10^{-3}.730.10^{-6}.314^2}$$

$$n^2 = 25{,}26 \qquad \boxed{n = 5}$$

le filtre possède une fréquence de ressonnance au rang 5 soit $\boxed{f_5} = 5 \times 50 = \boxed{250\ Hz}$.

d) Le filtre permet.

- De relever le facteur de puissance à 50 Hz. (fondamentale)

(0,5)

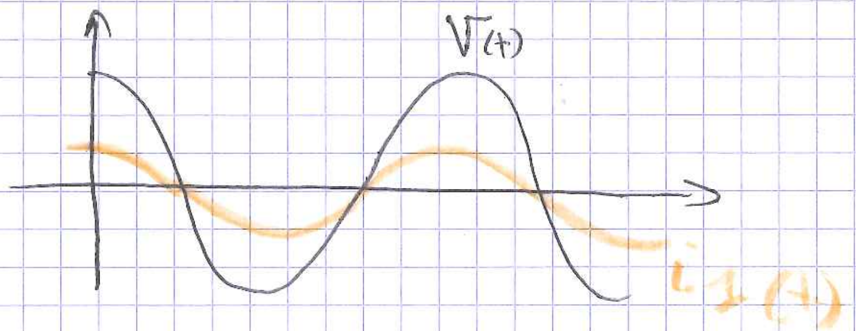
- D'éliminer, l'harmonique de rang 5 du réseau

7.) Le facteur de déplacement $\cos\varphi_1 = 0,99$

(1) $\cos\varphi_1 \simeq 1$.

Le fondamental du courant sera en phase avec la tension simple

(1)



8) $P = \sqrt{3} \times U \times I_1 \times \cos\varphi_1$
$= \sqrt{3} \times 400 \times 139,9 \times 1$
(1) $= 96,92$ kW

Par phase, on aura $\frac{P}{3} = 32,3$ kW.

On relève 31,7 ce qui correspond.

(1) $S = \sqrt{3} \times U \times I_{a\,eff} = \sqrt{3} \times 400 \times 196,1$
$= 135,862$ kVA.

Par phase, on aura $\frac{S}{3} = 45,28$ kVA.

l'appareil mesure 45,1, ce qui correspond au calcul.

9) Comme $\cos \varphi_1 \simeq 1$

$\sin \varphi_1 = 0$ et donc $Q = 0$ kVAR.

Soit $S^2 = P^2 + D^2$

$$D = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{45{,}1^2 - 31{,}7^2}$$

2 $\boxed{D = 32{,}08 \text{ kVAD}}$

10. $$f_p = \frac{P}{S} = \frac{31{,}7}{45{,}1}$$

1 $\boxed{f_p = 0{,}7}$

Le facteur de puissance est un peu faible mais pas catastrophique.

1 Un filtrage des rangs 5 et 7 permettront de relever f_p à 0,93.